



Universidade do Minho
Escola de Ciências

Ciência

UMA ESPIRAL MIRACULOSA

Quer fazer perguntas a um cientista?

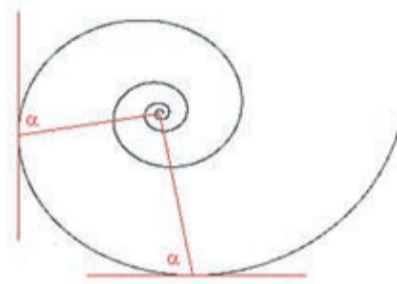
Esta rubrica sobre a Escola de Ciências da Universidade do Minho tem também como objectivo criar uma relação entre leitores e investigadores. Alguma vez pensou em fazer uma pergunta a um cientista? Caso queira participar pode enviar todas as suas questões para sec@ecum.uminho.pt e verá as suas dúvidas esclarecidas.

CIÊNCIA | EMÍLIA ATHAYDE*



DR

Pormenor da lápide de Jacob Bernoulli



"spira mirabilis"



DR

Concha de náutilo

Jacob Bernoulli (1655-1705) tinha uma predileção muito especial por uma curva que apelidou de "spira mirabilis", ou seja, espiral miraculosa. Esta espiral, desenvolvida por Descartes em 1638, também tem o nome de espiral equiangular, porque traçando um raio a partir de qualquer ponto da espiral até à origem (o centro da espiral), o ângulo formado por esse raio e pela tangente à curva nesse ponto é constante, o que caracteriza a espiral. Outra propriedade desta espiral é que qualquer raio, traçado a partir da origem, intersecta a espiral em sucessivos pontos cujas distâncias ao centro se encontram em progressão geométrica, como por exemplo na progressão..., 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, ... em que cada termo é o dobro do anterior e, claro, metade do que se

lhe segue (neste caso temos uma progressão geométrica de razão 2). Já agora, para esta progressão particular, o tal ângulo é aproximadamente $83,7^\circ$. No caso de uma razão igual a 3, o ângulo ronda os $80,1^\circ$. Diga-se de passagem que no caso extremo de um ângulo de 90° (correspondendo a uma progressão de razão 1) temos uma espiral que afinal é... uma circunferência! E no outro caso extremo de um ângulo de 0° , temos uma linha reta! A espiral miraculosa prolonga-se indefinidamente quer para o exterior, quer para o interior – por isso não lhe vemos o início (o centro) nem o fim. Vai mantendo sempre a mesma forma, variando apenas a escala, de tal modo que se olharmos para a parte central com uma lupa, veremos novamente a mesma espiral, e por isso se diz também que ela é

auto-semelhante. Bernoulli, fascinado pelas propriedades espantosas desta curva, deixou instruções para que fosse gravada no seu túmulo, acompanhada da inscrição "eadem mutata resurgo", que significa "embora mudando, ressurgio igual" (mas por engano a espiral gravada foi a de Arquimedes, em que a tal progressão é aritmética, em vez de geométrica). Destaca-se ainda que o comprimento desta espiral, medido a partir de um ponto qualquer até ao centro (que nunca é atingido) é finito, e igual à distância R do ponto ao centro a dividir pelo cosseno do tal ângulo que caracteriza a curva. Por exemplo, para a espiral correspondente à progressão geométrica de razão 2, esse comprimento é 9.12

R , e para a das conchas do náutilo é $5.81 R$, correspondendo a uma progres-

são de razão 3. Esta "spira mirabilis" observa-se na natureza, não só na concha do náutilo, do caracol e de outros moluscos, mas também no padrão das sementes do girassol, nas pinhas, ciclones e até galáxias, para não falar da trajetória do voo dos falcões à caça das suas presas, enfim... uma espiral verdadeiramente maravilhosa. É também o emblema da Bernoulli Society – uma das secções do Instituto Internacional de Estatística (I.S.I.) – que tem por missão promover o desenvolvimento das áreas científicas de Probabilidades e Estatística Matemática.

Departamento de Matemática e Aplicações da Escola de Ciências da Universidade do Minho



DR

Galáxia NGC 1232



DR

Ciclone sobre a Islândia