Universidade do Minho
Escola de Ciências

Ciência

> **Quer fazer perguntas a um cientista?**
> Esta rúbrica sobre a Escola de Ciências da Universidade do Minho tem também como objectivo criar uma relação entre leitores e investigadores. Alguma vez pensou em fazer uma pergunta a um cientista? Caso queira participar pode enviar todas as suas questões para sec@ecum.uminho.pt e verá as suas dúvidas esclarecidas.

# A MATEMÁTICA NAS CIÊNCIAS ATUARIAIS - O MODELO CLÁSSICO DE RISCO

CIÊNCIA | IRENE BRITO*, PATRÍCIA GONÇALVES* e PEDRO LIMA RAMOS**

Os modelos matemáticos são muito importantes para estudar fenómenos de várias áreas, como por exemplo: economia, biologia, medicina, geografia, psicologia. Uma das áreas em que a Matemática e a Estatística têm sido essenciais é nas ciências atuariais. Nas ciências atuariais são utilizadas técnicas matemáticas e estatísticas para analisar e determinar riscos e expetativas no contexto de seguros e finanças. Dentro das ciências atuariais, a teoria do risco ocupa-se com a modelação do risco, ao qual está associada uma probabilidade de ocorrência de um evento que gera um prejuízo económico ou uma situação de ruína. Para uma seguradora poder evitar uma situação de ruína, é importante determinar a probabilidade de tal acontecer e ajustar o valor do prémio para cada um dos contratos de seguro.

Ao longo do tempo, uma seguradora vai arrecadando os montantes referentes a prémios previamente estabelecidos, por um lado, e disponibilizando, por outro, as indemnizações associadas a sinistros envolvendo os seus clientes. Por uma questão de simplicidade, considera-se que o valor dos prémios é invariável no tempo, ainda que, na realidade, nem sempre tal se suceda. Desta forma, as verbas que a seguradora vai auferindo ao longo do tempo, pelos prémios recebidos, são valores determinísticos, em nada dependentes de fenómenos aleatórios. Pelo contrário, a soma concedida em indemnizações desde um instante considerado inicial até um certo momento é o resultado de acontecimentos que não podem ser previstos com exatidão absoluta. Para tal, é necessário recorrer a um instrumento matemático denominado de variável aleatória. Neste contexto a variável aleatória dará informação sobre possíveis montantes de indemnizações e a cada montante está associada uma certa probabilidade.

O denominado modelo clássico de risco ou modelo de Crámer-Lundberg pretende, precisamente, modelar o equilíbrio descrito. Este modelo estipula um momento como sendo o inicial e, para cada instante t subsequente, representa por U(t) o capital da seguradora no instante t. Obviamente, esta quantia não pode ser prevista com exatidão absoluta, e, por isso, a variável U(t) é aleatória e tem em conta: o montante que resulta da soma de todas as indemnizações relativas a sinistros ocorridos até ao momento t, representado por S(t), sendo também uma variável aleatória; o montante arrecadado em prémios por unidade de tempo, igual a c; e o montante inicial, representado por u.

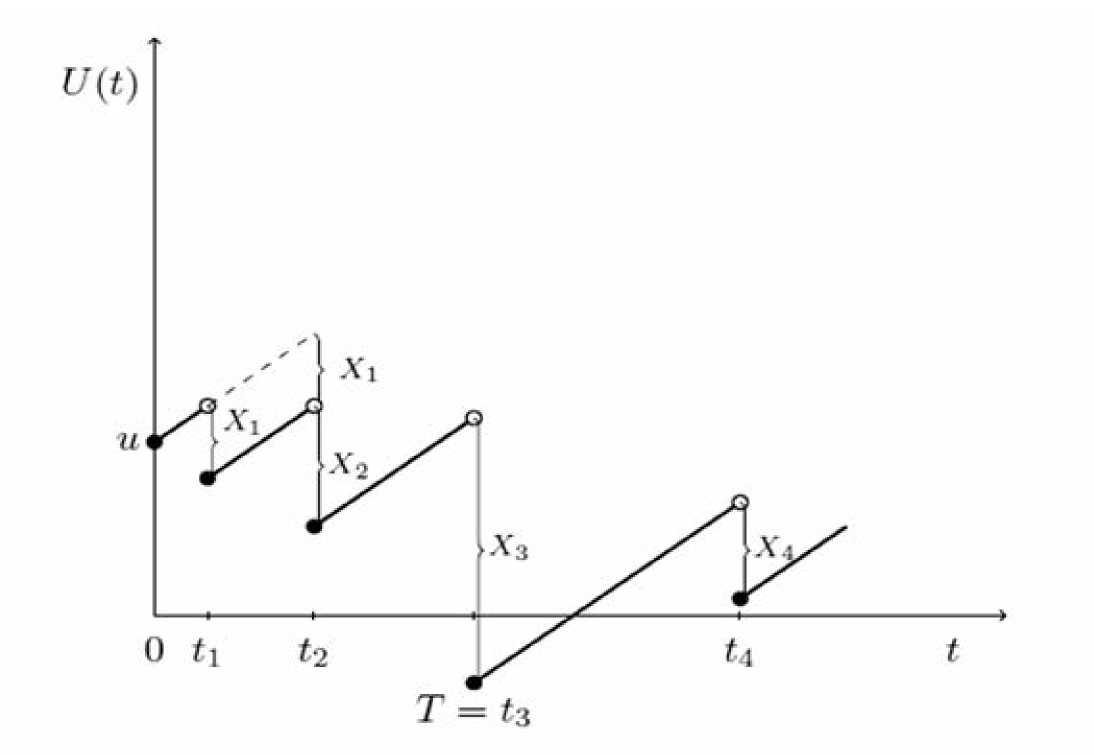
O modelo clássico de risco para a atividade seguradora é, assim, uma sequência de variáveis aleatórias indexadas no tempo, onde, para cada instante t se tem

**U(t)= u + ct - S(t).**

Compreensivelmente, esta fórmula estipula que a quantia monetária U(t) na posse de uma seguradora no momento t é o resultado da soma do montante inicial u com que esta se expôs ao risco; com o montante ct que arrecadou em prémios até ao instante t; à qual posteriormente se subtrai o somatório do montante de todas as indemnizações asseguradas até então.

A figura seguinte ilustra uma possível trajetória deste tipo de modelo.

*** Centro de Matemática e**
**** Lab. de Reabilitação Visual/Centro de Física da Escola de Ciências da Universidade do Minho**




### Verba na posse da seguradora ao longo do tempo

**Inicialmente, a seguradora detém a verba u. Com a passagem do tempo o seu capital vai aumentando, linearmente, sempre com a mesma velocidade, e, em t1, ocorre um sinistro e a seguradora paga uma indemnização X1. Logo, em t1, a seguradora detém o capital U(t1)=u+ct1-X1. Após este instante, o capital da seguradora retoma o seu crescimento linear, até ao instante t2, no qual ocorre uma nova indemnização X2, que conduz a uma reserva U(t2)=u+ct2-(X1+X2), e assim por diante. Note-se que em t3 o capital da seguradora é negativo, ou seja, a seguradora encontra-se endividada. Este instante é chamado de tempo de ruína. A probabilidade de que este instante exista denomina-se de probabilidade de ruína. É logicamente um valor de extrema importância, que pode ser calculado de forma exata, nalguns casos, e noutros somente estimado por meio de aproximações, ou usando métodos estatísticos ou ferramentas computacionais.**